

### EXERCICE 3

4 points

*Les parties A et B sont indépendantes.*

*Les probabilités demandées seront données à  $10^{-3}$  près.*

Pour aider à la détection de certaines allergies, on peut procéder à un test sanguin dont le résultat est soit positif, soit négatif.

Dans une population, ce test donne les résultats suivants :

- Si un individu est allergique, le test est positif dans 97 % des cas ;
- Si un individu n'est pas allergique, le test est négatif dans 95,7 % des cas.

Par ailleurs, 20 % des individus de la population concernée présentent un test positif.

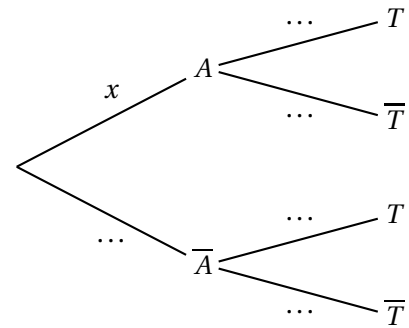
On choisit au hasard un individu dans la population, et on note :

- $A$  l'évènement « l'individu est allergique »;
- $T$  l'évènement « l'individu présente un test positif ».

On notera  $\bar{A}$  et  $\bar{T}$  les évènements contraires de  $A$  et  $T$ . On appelle par ailleurs  $x$  la probabilité de l'évènement  $A$  :  $x = p(A)$ .

### Partie A

1. Reproduire et compléter l'arbre ci-contre décrivant la situation, en indiquant sur chaque branche la probabilité correspondante.
2.
  - a. Démontrer l'égalité :  $p(T) = 0,927x + 0,043$ .
  - b. En déduire la probabilité que l'individu choisi soit allergique.
3. Justifier par un calcul l'affirmation suivante :  
« Si le test d'un individu choisi au hasard est positif, il y a plus de 80 % de chances que cet individu soit allergique ».



### Partie B

On réalise une enquête sur les allergies dans une ville en interrogeant 150 habitants choisis au hasard, et on admet que ce choix se ramène à des tirages successifs indépendants avec remise.

On sait que la probabilité qu'un habitant choisi au hasard dans cette ville soit allergique est égale à 0,08.

On note  $X$  la variable aléatoire qui à un échantillon de 150 habitants choisis au hasard associe le nombre de personnes allergiques dans cet échantillon.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire  $X$ ?  
Préciser ses paramètres.
2. Déterminer la probabilité que 20 personnes exactement parmi les 150 interrogées soient allergiques.
3. Déterminer la probabilité qu'au moins 10 % des personnes parmi les 150 interrogées soient allergiques.